

ACERTE!

Cursos para o ENEM e Vestibulares



MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

GEOMETRIA PLANA E FUNÇÕES



SALINHA
DE MATEMÁTICA
DO GUGUINHA

AULA 9

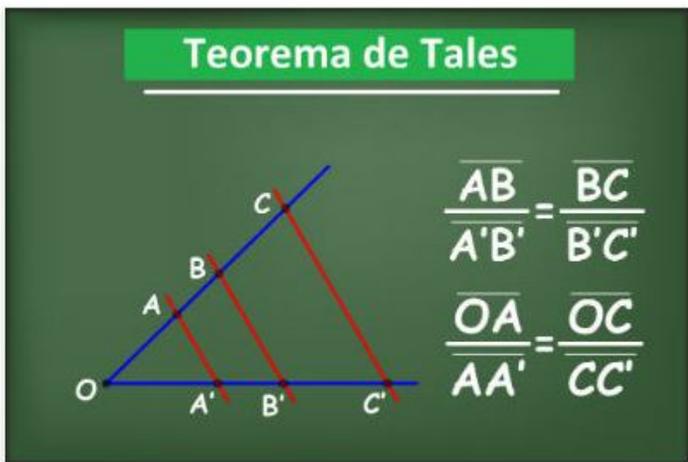
TEOREMA DE TALES E SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

1. TEOREMA DE TALES

O **Teorema de Tales** é uma teoria aplicada na geometria acerca do conceito relacionado entre retas paralelas e transversais.

O teorema foi desenvolvido pelo filósofo, astrônomo e matemático grego Tales de Mileto (624 a.C.- 558 a.C.) e, por isso, recebe esse nome.

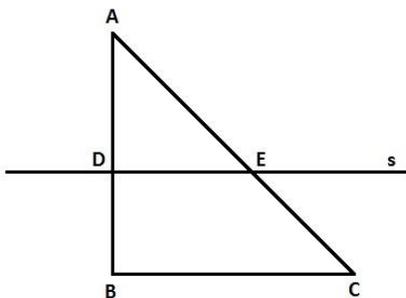
O experimento de Tales foi realizado através da observação de uma sombra da pirâmide. A partir disso, ele conseguiu calcular a altura da pirâmide Quéops, no Egito, com base na sombra que ela projetava.



O enunciado do Teorema de Tales é expresso pela sentença: "a interseção entre duas retas paralelas e transversais formam segmentos proporcionais."

Teorema de Tales nos Triângulos

O teorema de Tales também é aplicado em situações que envolvem triângulos. Veja abaixo um exemplo em que se aplica o teorema:

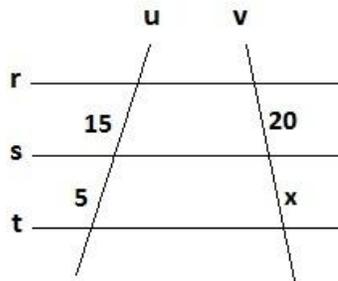


De acordo com a semelhança de triângulos podemos afirmar que: o triângulo ABC é semelhante ao triângulo AED. É representado da seguinte forma:

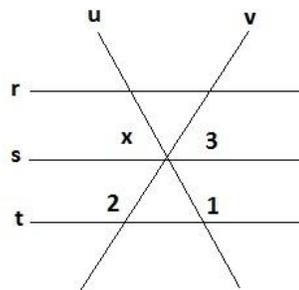
$$\Delta ABC \sim \Delta AED$$

Exemplo: Determine o valor de x em cada caso.

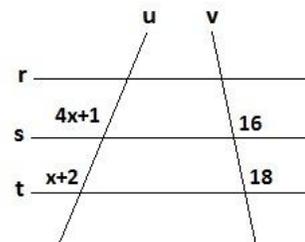
a)



b)



c)



2. SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

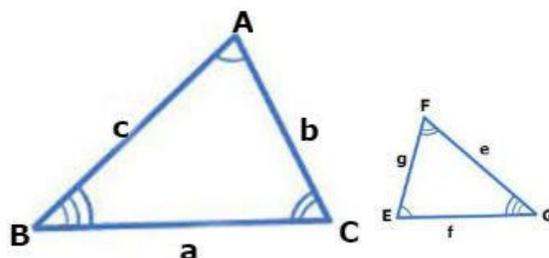
Dois triângulos são semelhantes quando possuem os três ângulos ordenadamente congruentes (mesma medida) e os lados correspondentes proporcionais. Usamos o símbolo ~ para indicar que dois triângulos são semelhantes.

Para saber quais são os lados proporcionais, primeiro devemos identificar os ângulos de mesma medida. Os lados homólogos (correspondentes) serão os lados opostos a esses ângulos.

Razão de Proporcionalidade ou Constante de Proporcionalidade

Como nos triângulos semelhantes os lados homólogos são proporcionais, o resultado da divisão desses lados será um valor constante. Esse valor é chamado de razão de proporcionalidade.

Considere os triângulos ABC e EFG semelhantes, representados na figura abaixo:



Os lados **a** e **e**, **b** e **g**, **c** e **f** são homólogos, sendo assim, temos as seguintes proporções:

$$\frac{a}{e} = \frac{b}{g} = \frac{c}{f} = k$$

Onde **k** é a razão de proporcionalidade.

Casos de Semelhança

Para identificar se dois triângulos são semelhantes, basta verificar alguns elementos.

1º Caso: Dois triângulos são semelhantes se dois ângulos de um são congruentes a dois do outro. Critério AA (Ângulo, Ângulo).

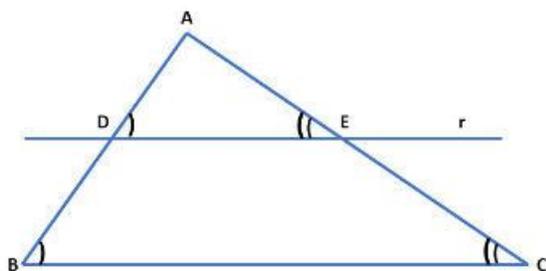
2º Caso: Dois triângulos são semelhantes se os três lados de um são proporcionais aos três lados do outro. Critério LLL (Lado, Lado, Lado).

3º Caso: Dois triângulos são semelhantes se possuem um ângulo congruente compreendido entre lados proporcionais. Critério LAL (Lado, Ângulo, Lado).

Teorema Fundamental da semelhança

Quando uma reta paralela a um lado de um triângulo intersecta os outros dois lados em pontos distintos, forma um triângulo que é semelhante ao primeiro.

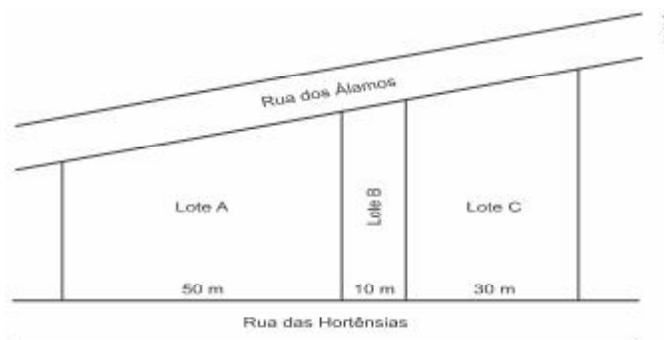
Na figura abaixo, representamos o triângulo ABC e a reta **r** paralela ao lado . Assim, pelo critério AA, os triângulos ABC e ADE são semelhantes.



Observando a figura, notamos que os ângulos são congruentes, assim como os ângulos , pois a reta **r** é paralela ao lado . Assim, pelo critério AA, os triângulos ABC e ADE são semelhantes.

SÉRIE AULA

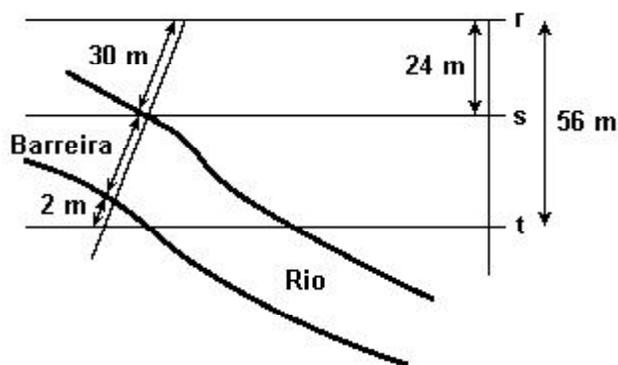
- Três lotes residenciais têm frente para a rua dos Álamos e para a rua das Hortênsias, conforme a figura a seguir.



As fronteiras entre os lotes são perpendiculares à rua das Hortênsias. Qual é a medida, em metros, da frente do lote **A** para a rua dos Álamos, sabendo-se que as frentes dos três lotes somadas medem **135** metros ?

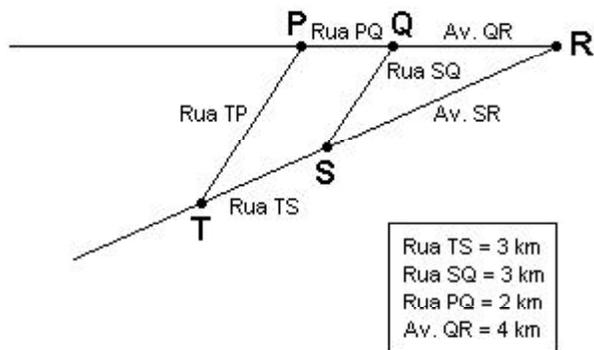
- 55
- 65
- 75
- 85

- A crise energética tem levado as médias e grandes empresas a buscarem alternativas na geração de energia elétrica para a manutenção do maquinário. Uma alternativa encontrada por uma fábrica foi a de construir uma pequena hidrelétrica, aproveitando a correnteza de um rio que passa próximo às suas instalações. Observando a figura e admitindo que as linhas retas **r**, **s** e **t** sejam paralelas, pode-se afirmar que a barreira mede



- 33 m
- 38 m
- 43 m
- 48 m
- 53 m

3. O circuito triangular de uma corrida está esquematizado na figura a seguir:

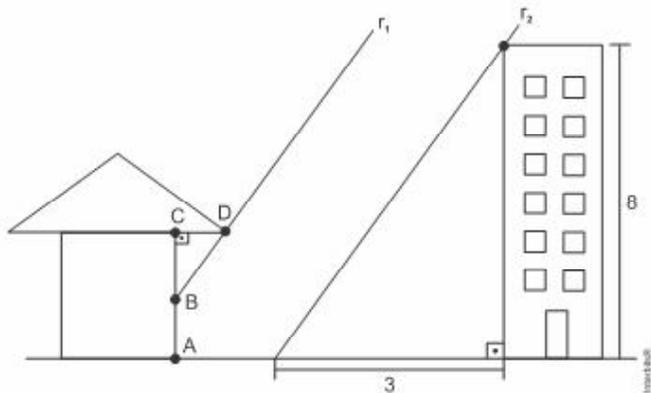


As ruas TP e SQ são paralelas. Partindo de S, cada corredor deve percorrer o circuito passando, sucessivamente, por R, Q, P, T, retornando, finalmente, a S.

Assinale a opção que indica o perímetro do circuito.

- 4,5 km
- 19,5 km
- 20,0 km
- 22,5 km
- 24,0 km

4. Na figura a seguir, o segmento \overline{AC} representa uma parede cuja altura é 2,9 m. A medida do segmento \overline{AB} é 1,3 m o segmento \overline{CD} representa o beiral da casa. Os raios de sol r_1 e r_2 passam ao mesmo tempo pela casa e pelo prédio, respectivamente.



Se r_1 é paralelo com r_2 , então, o comprimento do beiral, em metros, é

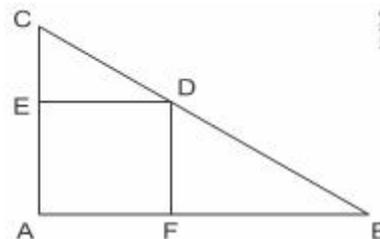
- 0,60.
- 0,65.
- 0,70.
- 0,75.

5. Os lados de um triângulo medem 13 cm, 14 cm e 15 cm, e sua área mede 84 cm^2 . Considere um segundo triângulo, semelhante ao primeiro, cuja área mede 336 cm^2 .

A medida do perímetro do segundo triângulo, em centímetros, é

- 42
- 84
- 126
- 168
- 336

6. Na figura abaixo, temos um quadrado AEDF e $\overline{AC} = 4$ e $\overline{AB} = 6$.



Qual é o valor do lado do quadrado?

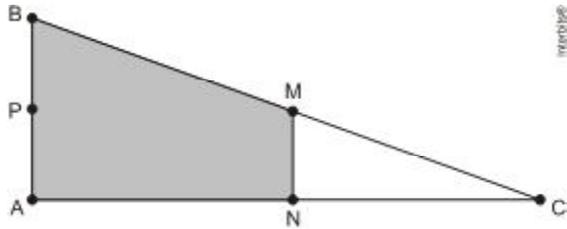
- 2
- 2,4
- 2,5
- 3
- 4

7. (ENEM) A sombra de uma pessoa que tem 1,80m de altura mede 60cm. No mesmo momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2,00m. Se, mais tarde, a sombra do poste diminuiu 50cm, a sombra da pessoa passou a medir:

- 30cm.
- 45cm.
- 50cm.
- 80cm.
- 90cm.

8. (ENEM) Em canteiros de obras de construção civil é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras

três eram os pontos médios dos lados desse triângulo, conforme pode ser visto na figura, em que as estacas foram indicadas por letras.

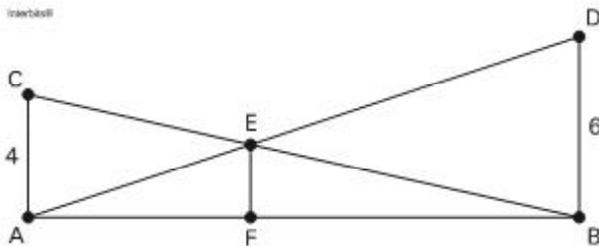


A região demarcada pelas estacas A, B, M e N deveria ser calçada com concreto.

Nessas condições, a área a ser calçada corresponde

- a) a mesma área do triângulo AMC.
- b) a mesma área do triângulo BNC.
- c) a metade da área formada pelo triângulo ABC.
- d) ao dobro da área do triângulo MNC.
- e) ao triplo da área do triângulo MNC.

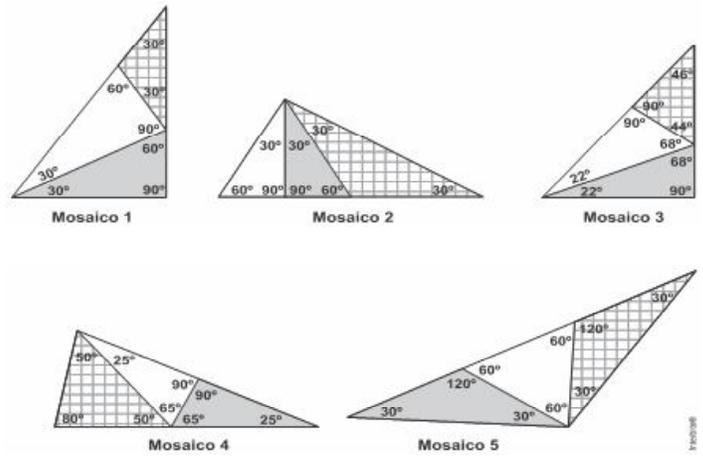
9. (Enem 2013) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6m e 4m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

- a) 1 m
- b) 2 m
- c) 2,4 m
- d) 3 m
- e) $2\sqrt{6}$ m

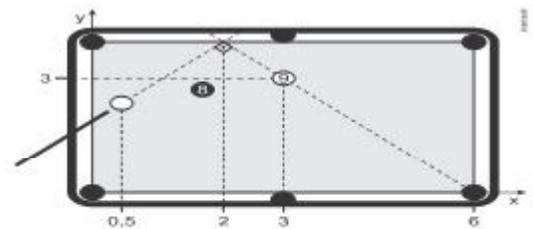
10. (Enem 2ª aplicação 2016) Pretende-se construir um mosaico com o formato de um triângulo retângulo, dispondo-se de três peças, sendo duas delas triângulos congruentes e a terceira um triângulo isósceles. A figura apresenta cinco mosaicos formados por três peças.



Na figura, o mosaico que tem as características daquele que se pretende construir é o

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.

11. (Enem PPL 2016) Em sua vez de jogar, um jogador precisa dar uma tacada na bola branca, de forma a acertar a bola 9 e fazê-la cair em uma das caçapas de uma mesa de bilhar. Como a bola 8 encontra-se entre a bola branca e a bola 9, esse jogador adota a estratégia de dar uma tacada na bola branca em direção a uma das laterais da mesa, de forma que, ao rebater, ela saia em uma trajetória retilínea, formando um ângulo de 90° com a trajetória da tacada, conforme ilustrado na figura.



Com essa estratégia, o jogador conseguiu encaçapar a bola 9. Considere um sistema cartesiano de eixos sobre o plano da mesa, no qual o ponto de contato da bola com a mesa define sua posição nesse sistema. As coordenadas do ponto que representa a bola 9 são (3; 3), o centro da caçapa de destino tem coordenadas (6; 0) e a abscissa da bola branca é 0,5, como representados na figura.

Se a estratégia deu certo, a ordenada da posição original da bola branca era

- a) 1,3.
- b) 1,5.
- c) 2,1.
- d) 2,2.
- e) 2,5.

12. (Enem 2009) A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro.

A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é

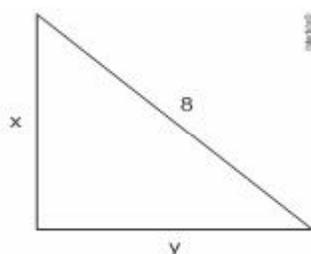
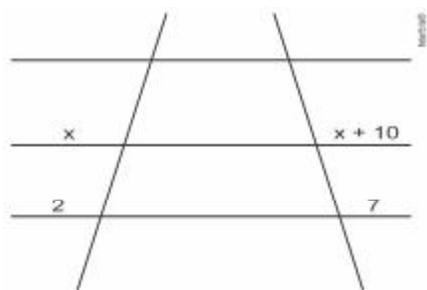
- a) 1,16 metro.
- b) 3,0 metros.
- c) 5,4 metros.
- d) 5,6 metros.
- e) 7,04 metros.

GABARITO SÉRIE AULA

- 1. C
- 2. B
- 3. B
- 4. A
- 5. B
- 6. B
- 7. B
- 8. E
- 9. C
- 10. B
- 11. E
- 12. D

SÉRIE CASA

1. Abaixo estão duas retas paralelas cortadas por duas transversais e um triângulo retângulo. Então, o valor da área de um quadrado de lado "y" u.c., em unidades de área, é?

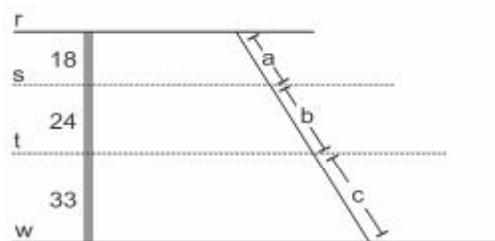


- a) 48
- b) 58
- c) 32
- d) 16
- e) 28

2. O triângulo ABC tem lados medindo 8 cm, 10 cm e 16 cm, enquanto o triângulo DEF, semelhante a ABC, tem perímetro 204 cm. O maior e o menor dos lados de DEF medem, respectivamente,

- a) 64 cm e 32 cm.
- b) 60 cm e 48 cm.
- c) 48 cm e 24 cm.
- d) 96 cm e 48 cm.
- e) 96 cm e 64 cm.

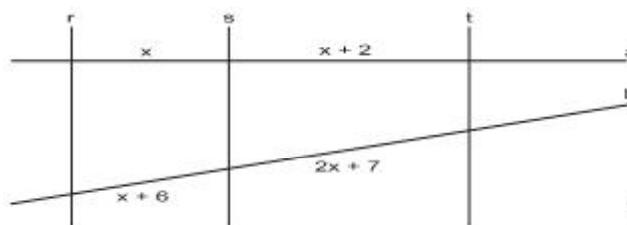
3. Na figura a seguir, as retas r, s, t e w são paralelas e, a, b e c representam medidas dos segmentos tais que $a + b + c = 100$.



Conforme esses dados, os valores de a, b e c são, respectivamente, iguais a

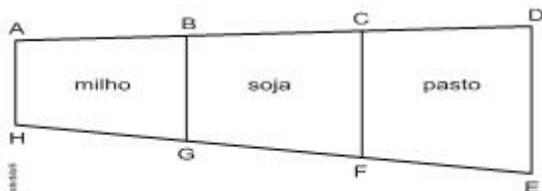
- a) 24, 32 e 44
- b) 24, 36 e 40
- c) 26, 30 e 44
- d) 26, 34 e 40

4. Considere a figura em que $r \parallel s \parallel t$.



O valor de x é

- 3.
 - 4.
 - 5.
 - 6.
5. Para melhorar a qualidade do solo, aumentando a produtividade do milho e da soja, em uma fazenda é feito o rodízio entre essas culturas e a área destinada ao pasto. Com essa finalidade, a área produtiva da fazenda foi dividida em três partes conforme a figura.

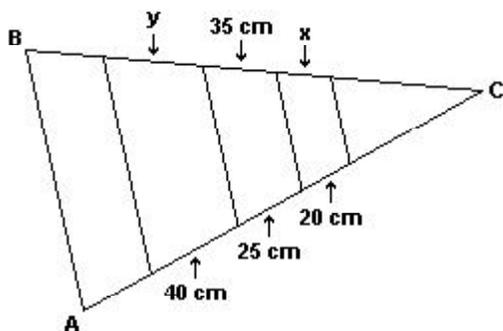


Considere que

- os pontos A, B, C e D estão alinhados;
- os pontos H, G, F e E estão alinhados;
- os segmentos \overline{AH} , \overline{BG} , \overline{CF} e \overline{DE} são, dois a dois, paralelos entre si;
- $AB = 500$ m, $BC = 600$ m, $CD = 700$ m e $HE = 1980$ m.

Nessas condições, a medida do segmento \overline{GF} é, em metros,

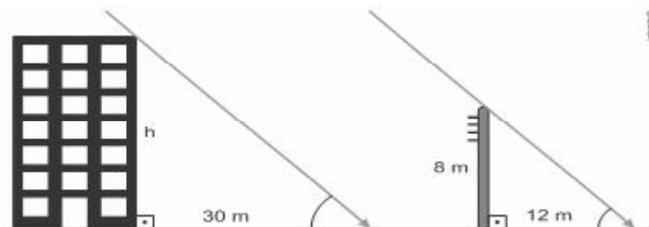
- 665.
 - 660.
 - 655.
 - 650.
 - 645.
6. O jardineiro do Sr. Artur fez um canteiro triangular composto por folhagens e flores onde as divisões são todas paralelas à base AB do triângulo ABC, conforme figura.



Sendo assim, as medidas x e y dos canteiros de flores são, respectivamente:

- 30 cm e 50 cm.
 - 28 cm e 56 cm.
 - 50 cm e 30 cm.
 - 56 cm e 28 cm.
 - 40 cm e 20 cm.
7. Em um dia ensolarado, às 10h da manhã, um edifício de 40 metros de altura produz uma sombra de 18 metros. Nesse mesmo instante, uma pessoa de 1,70 metros de altura, situada ao lado desse edifício, produz uma sombra de
- 1,20 metro.
 - 3,77 metros.
 - 26,47 centímetros.
 - 76,5 centímetros.
 - 94 centímetros.

8. Às 10 h 45 min de uma manhã ensolarada, as sombras de um edifício e de um poste de 8 metros de altura foram medidas ao mesmo tempo. Foram encontrados 30 metros e 12 metros, respectivamente, conforme ilustração abaixo.



De acordo com as informações acima, a altura h do prédio é de

- 12 metros.
 - 18 metros.
 - 16 metros.
 - 14 metros.
 - 20 metros.
9. A sombra de uma Torre mede 4,2 m de comprimento. Na mesma hora, a sombra de um poste de 3 m de altura é 12 cm de comprimento. Qual é a altura da torre?
- 95 m.
 - 100 m.
 - 105 m.
 - 110 m.

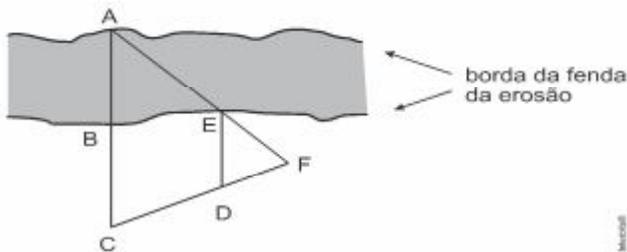
10. A erosão é o processo de desgaste, transporte e sedimentação das rochas e, principalmente, dos solos. Ela pode ocorrer por ação de fenômenos da natureza ou do ser humano.

A imagem mostra uma fenda no solo, proveniente de erosão.



<http://tinyurl.com/pdqj75z> Acesso em: 25.08.2015. Original colorido.

Para determinar a distância entre os pontos A e B da fenda, pode-se utilizar o modelo matemático da figura.



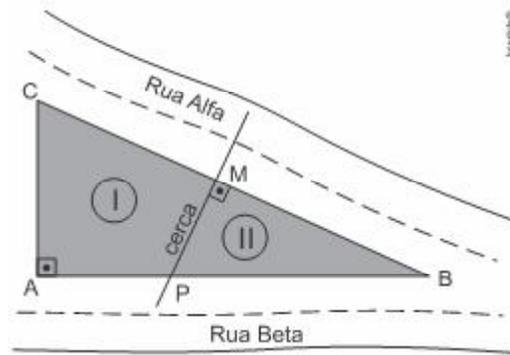
Na figura, tem-se:

- os triângulos AFC e EFD;
- o ponto E pertencente ao segmento \overline{AF} ;
- o ponto D pertencente ao segmento \overline{CF} ;
- os pontos C, D e F pertencentes ao terreno plano que margeia a borda da fenda; e
- as retas \overline{AC} e \overline{ED} que são paralelas entre si.

Sabendo-se que $BC = 5$ m, $CD = 3$ m, $DF = 2$ m e $ED = 4,5$ m, então, a distância entre os pontos A e B e, em metros,

- a) 6,25.
- b) 6,50.
- c) 6,75.
- d) 7,25.
- e) 7,75.

11. Um terreno com formato de um triângulo retângulo será dividido em dois lotes por uma cerca feita na mediatriz da hipotenusa, conforme mostra figura.



Sabe-se que os lados AB e BC desse terreno medem, respectivamente, 80 m e 100 m. Assim, a razão entre o perímetro do lote I e o perímetro do lote II, nessa ordem, é

- a) $\frac{5}{3}$
- b) $\frac{10}{11}$
- c) $\frac{3}{5}$
- d) $\frac{11}{10}$

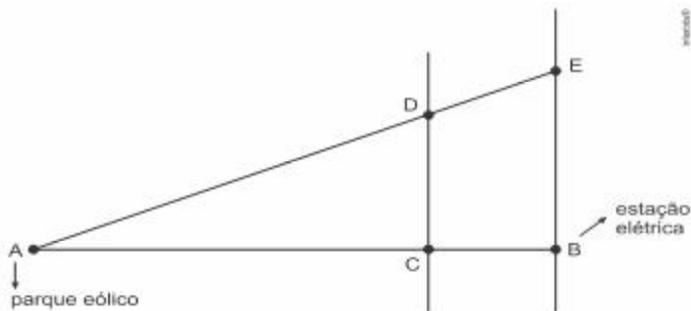
12. Os parques eólicos marítimos apresentam vantagens em relação aos parques eólicos terrestres, pois neles não há problema com o impacto sonoro e o desgaste das turbinas é menor, devido a menor turbulência do vento.

Na instalação dos parques eólicos marítimos, é preciso calcular sua distância até o continente, a fim de instalar os cabos condutores de eletricidade.



<http://tinyurl.com/jaz8hlw> Acesso em: 10.03.2016. Original colorido.

Observe o esquema que representa um parque eólico (A), uma estação elétrica (B) no continente e pontos auxiliares C, D e E para o cálculo da distância do parque eólico até a estação elétrica no continente.



No esquema temos:

- Ponto **A** : parque eólico marítimo;
- Ponto **B** : estação elétrica no continente;
- Ponto **C** : ponto auxiliar ($C \in \overline{AB}$);
- Ponto **D** : ponto auxiliar ($D \in \overline{AE}$);
- Ponto **E** : ponto auxiliar;
- A medida do segmento \overline{CD} é 150 metros;
- A medida do segmento \overline{BC} é 100 metros;
- A medida do segmento \overline{BE} é 200 metros;
- Os segmentos \overline{CD} e \overline{BE} são paralelos entre si.

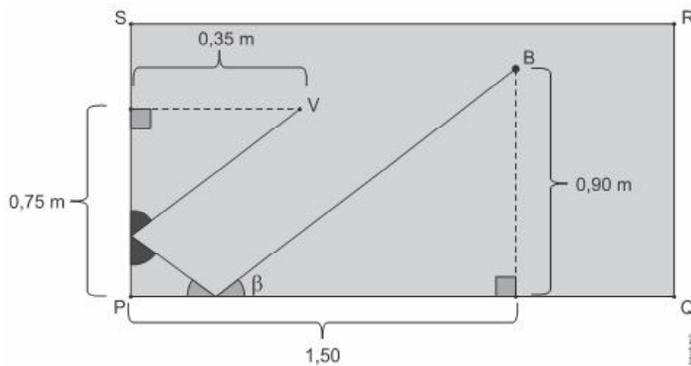
Assim sendo, é correto afirmar que a distância do parque eólico marítimo até a estação elétrica no continente é, em metros,

- a) 75.
- b) 100.
- c) 300.
- d) 400.
- e) 425.

13. Os lados de um triângulo medem, respectivamente, 5 cm, 7 cm e 8 cm. Quais são as respectivas medidas dos lados de um triângulo semelhante a este cujo perímetro mede 0,6 m?

- a) 15 cm, 21 cm e 24 cm
- b) 12 cm, 22 cm e 26 cm
- c) 18 cm, 20 cm e 22 cm
- d) 11 cm, 23 cm e 26 cm
- e) 16 cm, 18 cm e 26 cm

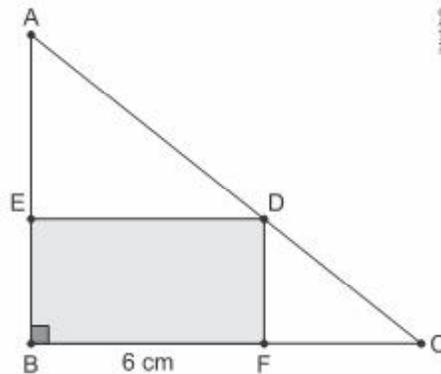
14. O retângulo PQRS é a representação de uma mesa de sinuca. O objetivo é alcançar a bola verde, representada pelo ponto V, com a bola branca, representada pelo ponto B. Sabe-se que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, como destacado na figura a seguir.



Qual o valor da tangente do ângulo β ?

- a) 32/37
- b) 33/37
- c) 36/37
- d) 32/35
- e) 33/35

15. Os pontos D, E e F pertencem aos lados de um triângulo retângulo ABC, determinando o retângulo BFDE, com $BF = 6$ cm, conforme mostra a figura.



Dadas as medidas $AB = 8$ cm e $BC = 10$ cm, o comprimento do segmento BE é

- a) 2,4 cm.
- b) 2,7 cm.
- c) 3 cm.
- d) 3,2 cm.
- e) 3,5 cm.

16. O triângulo ABC é retângulo em A e tem catetos medindo 12 cm e 24 cm. Os pontos D, E e F são tomados em AB, BC e AC, respectivamente, de tal forma que ADEF é um quadrado. A área desse quadrado, em cm^2 , vale

- a) 25.
b) 49.
c) 36.
d) 64.
e) 81.

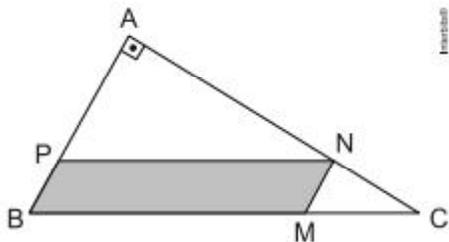
17. A maioria das televisões apresenta tela semelhante a um retângulo de lados 3 e 4 cuja diagonal representa as polegadas da televisão. Logo, uma tela de 45 polegadas tem lados iguais a

- a) 12 e 16 polegadas.
b) 15 e 20 polegadas.
c) 18 e 24 polegadas.
d) 27 e 36 polegadas.
e) 30 e 40 polegadas.

18. Numa festa junina, além da tradicional brincadeira de roubar bandeira no alto do pau de sebo, quem descobrisse a sua altura ganharia um prêmio. O ganhador do desafio fincou, paralelamente a esse mastro, um bastão de 1m. Medindo-se as sombras projetadas no chão pelo bastão e pelo pau, ele encontrou, respectivamente, 25 dm e 125 dm. Portanto, a altura do "pau de sebo", em metros, é

- a) 5,0.
b) 5,5.
c) 6,0.
d) 6,5.

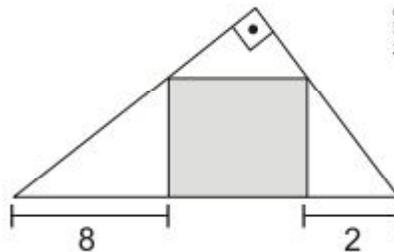
19. A figura abaixo mostra o paralelogramo BMNP inscrito no triângulo retângulo ABC, onde $AB = 5\text{cm}$ e $BC = 13\text{cm}$.



Sabe-se que o paralelogramo tem área máxima quando M é ponto médio de BC. Então, a maior área que o paralelogramo pode ter é igual a:

- a) 12 cm^2
b) 18 cm^2
c) 15 cm^2
d) $7,5\text{ cm}^2$
e) 9 cm^2

20. O valor do lado de um quadrado inscrito em um triângulo retângulo, conforme o esboço mostrado na figura, é



- a) 10.
b) 8.
c) 6.
d) 4.
e) 2.

GABARITO SÉRIE CASA

1. A
2. D
3. A
4. B
5. B
6. B
7. D
8. E
9. C
10. A
11. D
12. D
13. A
14. B
15. D
16. D
17. D
18. A
19. C
20. D

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

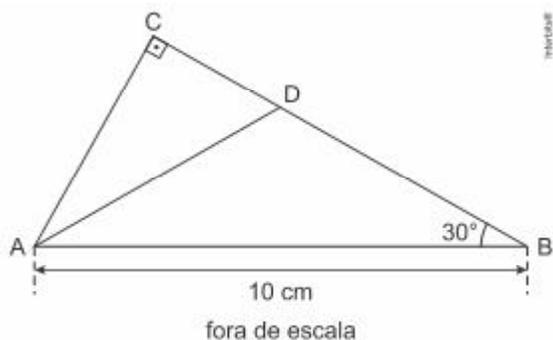
1. (Fuvest 2021) Um marceneiro possui um pedaço de madeira no formato de um triângulo retângulo, cujos catetos medem 12 cm e 35 cm. A partir desta peça, ele precisa extrair o maior quadrado possível, de tal forma que um dos ângulos retos do quadrado coincida com o ângulo reto do triângulo. A medida do lado do quadrado desejado pelo marceneiro está mais próxima de

- a) 8 cm.
- b) 8,5 cm.
- c) 9 cm.
- d) 9,5 cm.
- e) 10 cm.

2. (Fuvest 2014) Uma circunferência de raio 3 cm está inscrita no triângulo isósceles ABC, no qual $\overline{AB} = \overline{AC}$. A altura relativa ao lado \overline{BC} mede 8 cm. O comprimento de \overline{BC} é, portanto, igual a

- a) 24 cm
- b) 13 cm
- c) 12 cm
- d) 9 cm
- e) 7 cm

3. (Famema 2019) A figura mostra o triângulo retângulo ABC, de hipotenusa $AB = 10$ cm, com o ângulo $\hat{A}BC = 30^\circ$ e o ponto D sobre o lado \overline{BC} .

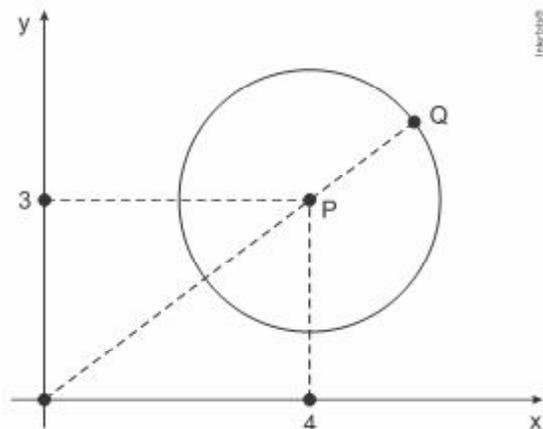


Sabendo que \overline{AD} é bissetriz do ângulo $\hat{B}AC$, o valor da razão $\frac{BD}{DC}$ é

- a) 3
- b) $\frac{1}{2}$
- c) $\frac{1}{3}$

- d) 1
- e) 2

4. (Uerj 2019) No plano cartesiano, está representada a circunferência de centro P e raio 2.



O ponto Q da circunferência, que é o mais distante da origem, tem coordenadas iguais a:

- a) $(\frac{28}{5}, \frac{21}{5})$
- b) $(\frac{31}{5}, \frac{26}{5})$
- c) $(\frac{33}{5}, \frac{29}{5})$
- d) $(\frac{36}{5}, \frac{37}{5})$

Gabarito:

- 1. C
- 2. C
- 3. E
- 4. A

ACERTE!

Cursos para o ENEM e Vestibulares



www.acertecursosgv.com

 [@acerte.cursos.gv](https://www.instagram.com/acerte.cursos.gv)

 [Acerte Matemática e Física](#)



SALINHA
DE MATEMÁTICA
DO GUGUINHA